



L'étude du spectre de raies des atomes a été un pas de plus sur le chemin de la mécanique quantique. Niels Bohr a proposé en 1913 une explication à la structure de ces spectres (spectres de raies) par la quantification des échanges d'énergie entre plusieurs niveaux d'énergie.

Les raies émises par les atomes ont une fréquence $\nu_{nm} = (\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m)/h$ lorsqu'un électron passe de l'état n à l'état m (où h est la constante de Planck). Ces fréquences sont caractéristiques d'un seul et unique élément chimique. L'étude du spectre d'émission d'une étoile ou d'un objet permet donc d'étudier sa composition, en comparant les longueurs d'onde des raies observées à celles indiquées sur un spectre de référence.

Le but de ce TP est d'utiliser un dispositif permettant d'observer un spectre et de mesurer la longueur d'onde d'une raie inconnue. On utilisera un goniomètre à réseau.

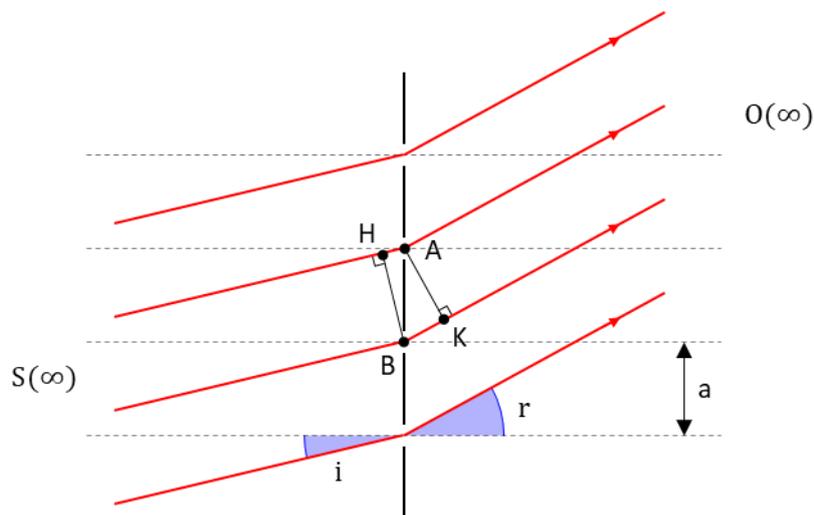
I - Le réseau plan

I.1 - Eléments théoriques

℞) Le réseau est un objet qui sera étudié plus en détail en deuxième année.

Un réseau plan est constitué d'un ensemble de fentes fines de largeur b et distantes d'une longueur a , appelé le pas du réseau. Ils sont généralement caractérisés par leur **nombre de traits par unité de longueur** $n = 1/a$.

On éclaire le réseau avec une source ponctuelle située à l'infini. La lumière incidente arrive sur le réseau avec un angle d'incidence noté i . Elle diffracte sur chacune des fentes du réseau et peut donc, a priori, émerger du dispositif avec un angle r quelconque. En sortie du réseau, on observe ainsi la superposition de N ondes lumineuses ($N =$ nombre de fentes éclairées).



℞) La source (S) et l'observateur (O) sont tous les deux placés à l'infini. Montrer que la différence de marche entre le rayon passant par la fente B et le rayon passant par la fente A vaut :

$$\delta = (SBO) - (SAO) = a(\sin(r) - \sin(i))$$

Pour le réseau, on admet de la lumière est émise dans une direction d'angle r si et seulement si deux rayons successifs interfèrent constructivement.

℞) En déduire que :

$$\sin(r) - \sin(i) = p \frac{\lambda_0}{a} = pn\lambda_0 \quad p \in \mathbb{Z}$$

Cette formule s'appelle la **formule des réseaux**.

I.2 - Dispersion d'une lumière à travers un réseau

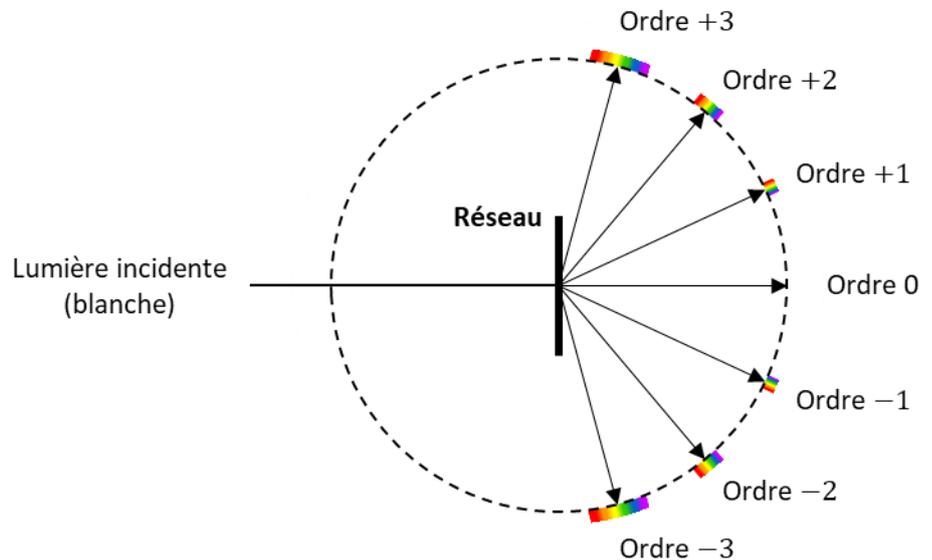
La formule des réseaux nous apprend que, pour un angle d'incidence donné (i), pour une longueur d'onde donnée (λ_0) et pour un réseau donné (n), on observe plusieurs raies lumineuses en sortie, aux angles r vérifiant :

$$\sin(r) - \sin(i) = pn\lambda_0 \quad \text{avec : } -\frac{\pi}{2} \leq r \leq +\frac{\pi}{2}$$

L'entier p s'appelle l'**ordre d'interférence**.

Illustration

Voici ce que l'on observe lorsque l'on envoie de la lumière blanche en incidence normale ($i = 0$) sur un réseau possédant $n = 850$ traits/mm.



Plusieurs observations :

- À l'ordre 0 (cas où $i = r$), on observe toutes les longueurs d'onde superposées. On observe donc une lumière de même couleur que celle de la source observée à l'œil nu.
- Un réseau permet d'obtenir le spectre d'une source (c'est un élément dispersif) en plusieurs exemplaires.
- Plus l'ordre est élevé, plus le spectre occupe une grande plage angulaire, et donc plus le pouvoir de résolution augmente (ce point est détaillé ci-dessous).

🔍 Prendre le réseau (300 à 600 traits/mm) à la main et, en tendant le bras, le placer entre une source de lumière blanche et son œil. Constater que l'on observe bien plusieurs copies du spectre de la source.

Tout comme le prisme, le réseau permet de disperser une lumière et d'en obtenir le spectre. Il présente néanmoins plusieurs avantages, le principal étant son plus grand pouvoir de résolution.

Le **pouvoir de résolution** d'un spectromètre est son aptitude à séparer deux longueurs d'onde voisines. Considérons deux raies spectrales de longueur d'onde λ_1 et λ_2 . Ces deux raies sont observées à des angles :

$$\sin(r_1) = \sin(i) + pn\lambda_1 \quad \text{et} \quad \sin(r_2) = \sin(i) + pn\lambda_2$$

Nous allons raisonner avec des petits angles (r_1 et $r_2 \ll 1$ rad), mais les résultats que nous allons établir ici sont également valables pour des grands angles.

Aux petits angles, la différence d'angle entre les deux raies observées vaut :

$$r_1 - r_2 \approx pn(\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \boxed{\Delta r \approx pn \Delta \lambda}$$

On souhaite observer deux raies possédant des longueurs d'onde voisines ($\Rightarrow \Delta \lambda$ petit). Il faut en revanche que la différence d'angle Δr soit suffisamment grande pour que l'œil puisse résoudre les deux raies ($\Delta r \geq 1'$).

Pour satisfaire cette condition, il est possible :

- pour un réseau donné, d'observer les raies à un ordre p élevé ;
- de prendre un réseau possédant un très grand nombre de traits par unité de longueur (n).

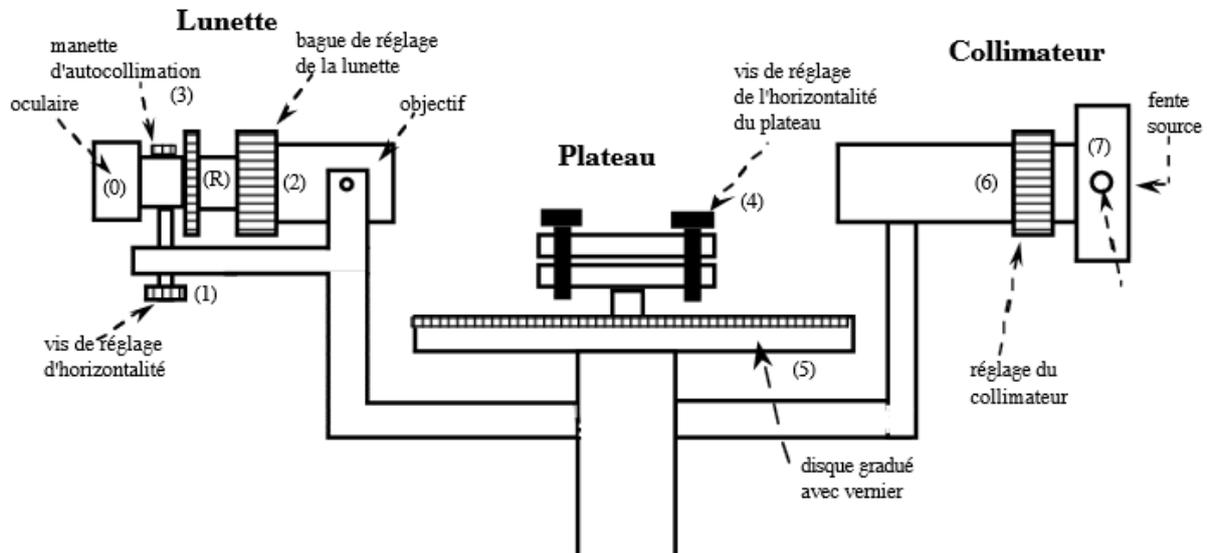
En pratique, un réseau possédant $n = 300$ traits/mm permet, à l'ordre $p = 2$, de résoudre deux longueurs d'onde séparées d'environ $\Delta \lambda \sim 0,5$ nm.

🏠 Vérifier que ces paramètres sont compatibles avec le pouvoir de résolution angulaire de l'œil.

II - Le goniomètre

II.1 - Lecture d'un angle

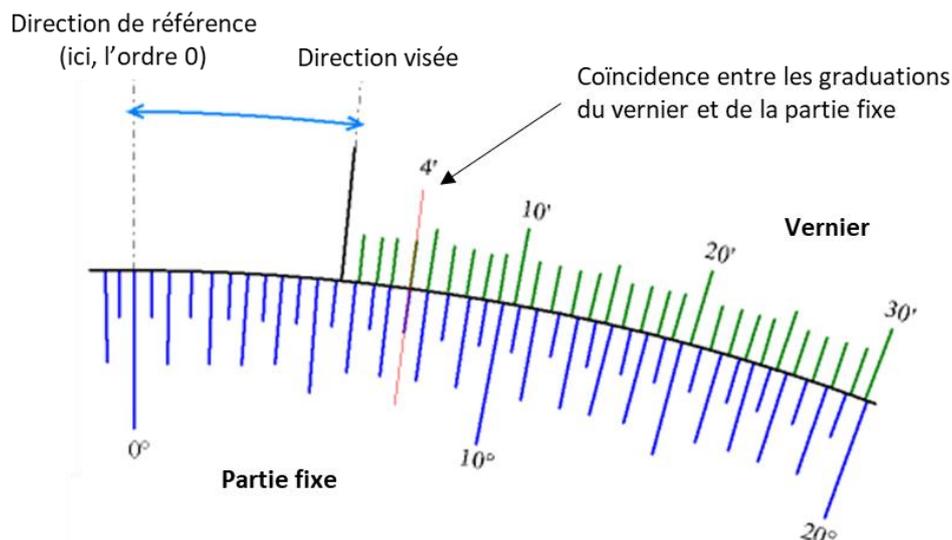
Pour repérer précisément des angles en optique, on utilise un appareil qui s'appelle un **goniomètre** (du grec ancien « γωνία », « gônia », signifiant « angle »). Il s'agit d'un disque gradué au centre duquel une plateforme mobile peut tourner autour d'un axe vertical.



On repèrera les angles par rapport au spectre d'ordre 0, qui est choisi comme origine des angles.

Sur un goniomètre de TP, on mesure les angles à 1' près (rappel : $1^\circ = 60'$), en utilisant le disque gradué et un vernier. Celui-ci se compose de deux parties :

- une partie fixe, graduée en degrés ou demi-degrés (selon les modèles) et allant de 0 à 360° ;
- une partie mobile, appelée **vernier**, qui est solidaire de la lunette autocollimatrice, graduée en minutes d'arc (') et allant de 0 à $60'$ (si la partie fixe est graduée en degrés) ou de 0 à $30'$ (si la partie fixe est graduée en demi-degrés).



La mesure d'un angle de la lunette se fait en deux étapes :

- Repérer le 0 du vernier : le trait de la partie fixe immédiatement avant donne un premier angle θ_1 .
- Repérer ensuite le trait du vernier qui se trouve en face d'un trait de la partie fixe : ce trait du vernier donne un deuxième angle θ_2 .

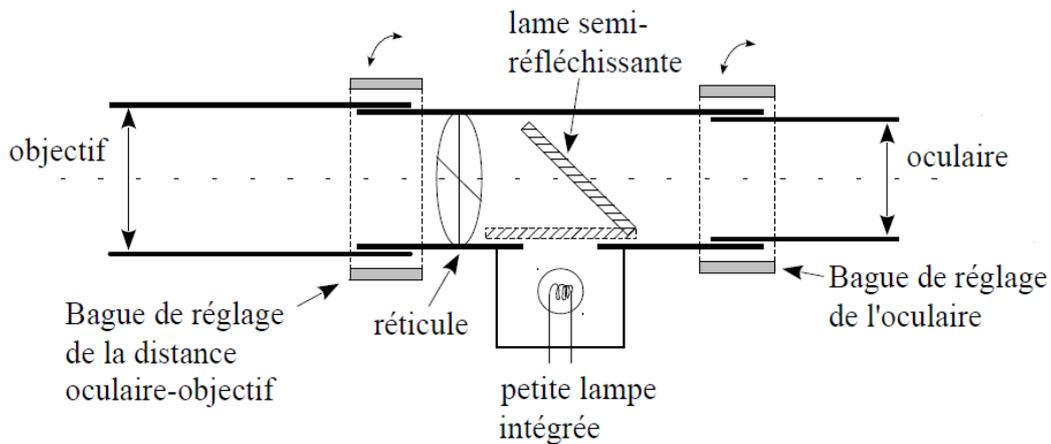
L'angle mesuré vaut alors : $\theta = \theta_1 + \theta_2$. Attention aux conversions minutes / degrés !

🏠 Dans l'exemple ci-dessus, que vaut l'angle θ mesuré ? Que vaut l'incertitude-type sur la mesure ?

II.2 - Réglage de la lunette autocollimatrice

La lunette autocollimatrice est une lunette de visée à l'infini (c'est une « lunette astronomique » vue dans le chapitre O3). Elle permet d'observer sans accommoder des objets situés à l'infini.

Pour la régler facilement, on lui a ajouté une lame semi-réfléchissante entre l'oculaire et le réticule, et une petite lampe intégrée. La lame semi-réfléchissante est escamotable (on peut la mettre ou l'enlever) à l'aide d'un bouton latéral. La petite lampe intégrée et la lame semi-réfléchissante servent à éclairer le réticule pour en faire un objet lumineux.



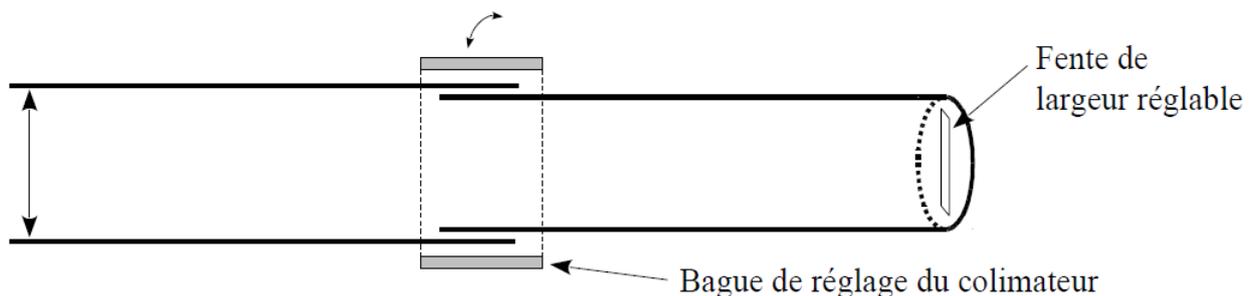
📖 Régler la lunette autocollimatrice en suivant le protocole fourni.

Protocole de réglage de la lunette autocollimatrice

- Allumer la lampe et mettre la lame semi-réfléchissante.
- Tourner la bague de réglage de l'oculaire afin de voir nettement le réticule.
- Accoler un miroir plan à l'objectif.
- Tourner la bague de réglage de la distance oculaire-objectif afin de voir le réticule et son image nets.
- Enlever le miroir plan et retirer la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice.

II.3 - Réglage du collimateur

Le collimateur est composé d'un objet et d'une lentille convergente. En plaçant l'objet dans le plan focal de la lentille, on simule un objet à l'infini. Ici, l'objet est une fente de largeur réglable que l'on éclairera par la suite avec la lampe dont on veut analyser la lumière.



📖 Régler le collimateur en suivant le protocole fourni.

Protocole de réglage de collimateur

- Allumer la lampe et mettre la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice.
- Placer une source de lumière devant la fente et régler la fente au maximum de finesse permettant de voir les bords de la fente nets.
- Tourner la bague de réglage du collimateur de manière à voir la fente et le réticule nets dans le même plan.
- Retirer la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice et augmenter légèrement l'ouverture de la fente pour laisser passer plus de lumière.

III - Spectroscopie au minimum de déviation

III.1 - Premières observations

- Placer un réseau (300 traits/mm, ou 600 traits/mm si plus de réseau 300) sur la plateforme et éclairer la fente avec une lampe spectrale (Mercure ou Cadmium).
- Observer rapidement les spectres visibles. Quels ordres p voit-on ? Ce spectre correspond-il au spectre attendu (voir l'affiche au tableau ou le tableau en annexe) ?

III.2 - Détermination du pas du réseau

- Choisir un ordre p et une raie donnée. Tourner lentement le réseau, toujours dans le même sens, et suivre le déplacement de la raie. Vérifier que l'angle de déviation de la raie passe par un minimum.
 - Il est possible de montrer que c'est cette configuration qui minimise les incertitudes de mesure.
- On note α_p^λ l'angle de la lunette lors de l'observation de la raie de longueur d'onde λ , à l'ordre p et au minimum de déviation.

- Choisir un ordre p et une raie de longueur d'onde connue λ . Tourner la lunette et le réseau de manière à mesurer les angles α_p^λ et α_{-p}^λ . Estimer les valeurs des demi-intervalles de confiance $\Delta(\alpha_p^\lambda)$ et $\Delta(\alpha_{-p}^\lambda)$.

- En déduire l'angle de déviation minimale : $D_m^\lambda = |\alpha_p^\lambda - \alpha_{-p}^\lambda|/2$.

À partir de la formule des réseaux, on peut montrer que : $\sin\left(\frac{D_m^\lambda}{2}\right) = \frac{pn\lambda}{2} \Rightarrow n = \frac{2}{p\lambda} \cdot \sin\left(\frac{D_m^\lambda}{2}\right)$

- En déduire la valeur du nombre de traits par unité de longueur n du réseau utilisé.

III.3 - Comparaison à la valeur théorique - simulation de Monte-Carlo

L'objectif est de comparer la valeur de n obtenue expérimentalement à la valeur du constructeur.

- Que vaut les intervalles de confiance $\Delta(\alpha_p^\lambda)$ et $\Delta(\alpha_{-p}^\lambda)$? Que vaut $\Delta(p)$? Que vaut $\Delta(\lambda)$?

Lorsqu'il n'est pas possible de d'utiliser les formules de propagation des incertitudes, il est possible de réaliser à la place une **simulation de Monte-Carlo** (= simulation qui contient un tirage aléatoire).

- Idée à retenir** : Reproduire numériquement N fois (avec N très grand) l'expérience réalisée une unique fois, en tirant au hasard la valeur de chaque paramètre dans son intervalle de confiance. Ainsi, chaque tirage donne un résultat légèrement différent. Il est alors possible de réaliser un traitement statistique (incertitude de type A) sur ces N tirages.

- Ouvrir le script Python « Monte_Carlo.py » dans le dossier commun MPSI.

- Compléter les valeurs des différents paramètres et de leur demi-intervalle de confiance.

La fonction « `rd.uniform(m-Δ, m+Δ, N)` » permet de créer un array de taille N où chaque élément est tiré aléatoirement et avec une probabilité uniforme dans l'intervalle $[m + \Delta ; m - \Delta]$.

- Choisir une valeur de N (la plus grande possible, mais que l'ordinateur peut traiter en un temps raisonnable).
- À l'aide de la fonction « `rd.uniform` », générer un array de taille N pour chaque paramètre (qui simule la variabilité expérimentale).
- Générer l'array « `n_MC` » qui contient l'ensemble des N valeurs de n simulées par Monte-Carlo.
- En déduire la valeur moyenne et l'écart-type (donc l'incertitude-type) de cette série de valeurs simulées.
- Le résultat est-il compatible avec les données du constructeur ? On rendra une incertitude-type relative constructeur de 1 % (celle-ci n'étant pas fournie).

IV - Spectroscopie sous incidence normale

IV.1 - Droite d'étalonnage

Afin de réaliser des mesures plus rapidement, nous allons réaliser la suite des mesures en incidence normale ($i = 0$).

☞ Prendre un réseau de 600 traits/mm (ou 1000 ou 300 traits/mm si plus de réseau 600). Régler le réseau sous incidence normale en suivant le protocole fourni.

Protocole de réglage de l'incidence normale

- Enlever le réseau du support.
 - Placer la lunette de manière à observer la fente au niveau du trait vertical du réticule.
 - Mettre la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice. Placer un miroir sur le support du réseau. Le faire pivoter de manière à faire coïncider le trait vertical du réticule et son image par réflexion. Replacer le réseau (sans faire bouger le support !).
 - Retirer la lame semi-réfléchissante de la lunette autocollimatrice. Ne plus toucher à la plateforme ou au réseau.
- ☞ Très important : lire le point suivant. Avant de se lancer dans les mesures de r en fonction de λ , s'assurer que l'ordre p choisit est « suffisamment » grand. Pour cela, placer la lampe de sodium et observer la raie jaune. Vous devez voir en réalité deux raies jaunes très proches l'un de l'autre. Si ce n'est pas le cas, appeler le professeur.
- ☞ Pour une lampe spectrale donnée (mercure ou cadmium) et un ordre p donné (choisir p le plus élevé possible, mais les raies doivent être suffisamment lumineuses), mesurer pour chaque raie de longueur d'onde λ l'angle r correspondant.
- ☞ Tracer la courbe $\sin(r) = f(\lambda)$. La formule du réseau est-elle vérifiée ? Cette courbe sera utilisée comme courbe d'étalonnage pour la dernière partie du TP.

IV.2 - Mesure d'une longueur d'onde inconnue

L'objectif de cette dernière partie est d'observer que la raie jaune du sodium, qui est en réalité une double raie, appelé doublet jaune du sodium, et de mesurer les longueurs d'onde de ces deux raies.

- ☞ Remplacer la lampe par une lampe à vapeur de sodium. Mesurer l'angle r pour les deux raies du doublet jaune.
- ☞ À l'aide de la courbe d'étalonnage, en déduire les longueurs d'onde associées à chacune des raies du doublet.

Annexe - Table des raies spectrales

Mercure		Cadmium		Sodium	
Couleur	λ (nm)	Couleur	λ (nm)	Couleur	λ (nm)
Violet	404,7	Violet	430,6	Bleu	498,3
Violet	407,8	Indigo	441,2	Vert	568,3
Bleu	434,8	Bleu	466,1	Vert	568,8
Indigo	435,8	Bleu	467,8	Jaune	?
Vert	491,6	Bleu	480,0	Jaune	?
Vert	497,4	Vert	508,3	Rouge	615,4
Vert	546,1	Vert	515,4	Rouge	616,1
Jaune	577,0	Rouge	609,8		
Jaune	579,1	Rouge	611,3		
Rouge	623,4	Rouge	632,4		
Rouge	690,7	Rouge	632,7		
		Rouge	643,8		